POLITECHNIKA ŚLĄSKA W GLIWICACH

Wydział Elektryczny

Kierunek Mechatronika

Inżynierskie, stacjonarne, sem. 2

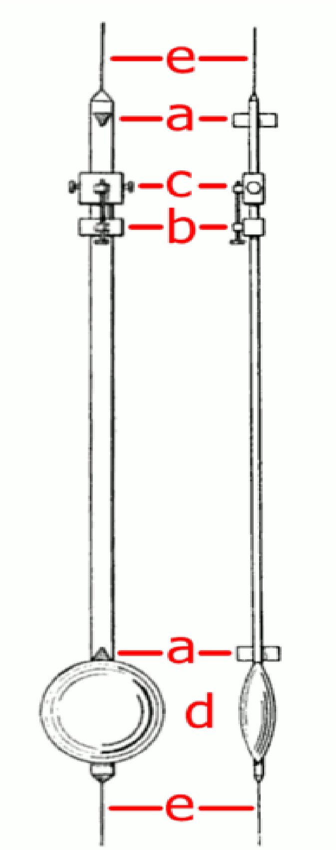
Referat semestralny- mechanika

Temat ćwiczenia: 24.Wahadło rewersyjne – wyznaczanie promienia bezwładności ciała.

Gliwice 2012-06-16

1.Wprowadzenie teoretyczne

Wahadło rewersyjne, zwane również wahadłem odwróconym lub Katera (nazwa pochodzi od nazwiska twórcy) jest specyficznym rodzajem wahadła fizycznego. Składa się z metalowego pręta zaopatrzonego w dwie pary ostrzy O_1 oraz O_2 , które znajdują się w stałej odległości. Służą one do zawieszenia wahadła na odpowiedniej podstawie. Obok ostrzy na pręcie znajdują się dwie masy m_1 i m_2 , które można przesuwać wzdłuż pręta pomiędzy rurkami A i B zmieniając w ten sposób położenie środka masy wahadła. Schemat takiego wahadło przedstawiono na rysunku rysunku nr 1.



Rys.1 Schemat wahadła rewersyjnego, gdzie: „a”- ostrza na których wahadło jest zawieszane, „b”-masa regulacyjna, przesuwana przy pomocy śruby, „c”-element przytwierdzający regulator do wahadła, „d” -wahadło , „e”-końcówki do precyzyjnego odczytu przejścia przez położenie równowagi

2.Opracowanie tematu ćwiczenia

Wahadło poruszać się będzie zgodnie z równaniem :

$$\alpha = \alpha_0 \sin(\omega t + \Phi) \tag{1}$$

gdzie częstotliwość:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{I}} \tag{2}$$

a okres drgań:

$$T = 2\Pi \sqrt{\frac{I}{D}} \tag{3}$$

po podstawieniu do równania:

$$D = mgd$$

otrzymujemy:

$$T=2\Pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} \qquad (4)$$

W celu dalszych obliczeń wprowadzimy pojęcie długości zredukowanej wahadła fizycznego, jest ona równa takiej długości wahadła matematycznego, które posiada ten sam okres drgań co wahadło fizyczne:

$$2\Pi\sqrt{\frac{L}{g}}=2\Pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} \qquad (5)$$

Z porównania obu wyrażeń otrzymujemy, że długość zredukowana wynosi:

$$L=\frac{I}{md} \qquad (6)$$

Wykorzystując teraz twierdzenie Steinera możemy zapisać :

$$I=I_0+md^2 \qquad (7)$$

Podstawiając powyższe wyrażenie do wzoru nr 6 otrzymujemy, że:

$$L=d+\frac{I_0}{md} \qquad (8)$$

Na podstawie tego otrzymujemy:

$$T=2\Pi\sqrt{\frac{L}{g}}=2\Pi\sqrt{(d+\frac{I_0}{md})\frac{1}{g}} \qquad (9)$$

Wahadło rewersyjne (o osi obrotu w środku wahań) ma okres drgań T' wyrażający się wzorem:

$$T'=2\Pi\sqrt{\frac{I_0+md'^2}{mgd'}}=2\Pi\sqrt{\frac{1}{g}(\frac{I_0}{md'}+d')} \qquad (10)$$

Możemy również zapisać, że:

$$L-d=d' \qquad (11)$$

$$L-d=\frac{I_0}{md} \qquad (12)$$

$$d'=\frac{I_0}{md} \qquad (13)$$

Po przekształceniach wzorów: 11, 12, 13 otrzymujemy:

$$d=\frac{I_0}{md'} \qquad (14)$$

Końcową zależność zapisujemy:

$$T'=2\Pi\sqrt{\frac{1}{g}(d+d')}=2\Pi\sqrt{\frac{L}{g}}=T \qquad (15)$$

Dzięki zapisaniu wzoru:

$$I=mr_b^2 \qquad (16)$$

Oraz wstawieniu go do równania nr 15 otrzymujemy:

$$2\Pi\sqrt{\frac{mr_b^2}{mgd}}=2\Pi\sqrt{\frac{1}{g}(d+d')} \qquad (17)$$

Przekształcając powyższe równanie otrzymujemy:

$$r_b=\sqrt{d(d+d')} \qquad (18)$$

Po uwzględnieniu równania nr 11 otrzymujemy:

$$r_b=\sqrt{dL} \qquad (19)$$

gdzie:d-odległość od osi obrotu środka ciężkości;d'=L-d; D-moment kierujący; g-przyśpieszenie ziemskie równe około $9{,}81\frac{m}{s^2}$; I-moment bezwładności ciała; I_0-moment bezwładności ciała względem osi przechodzącej przez jej środek ciężkości; L-długość zredukowana wahadła fizycznego; m-masa ciała; r_B- promień bezwładności; T-okres drgań wahadła fizycznego; T'-okres drgań wahadła rewersyjnego; ω- częstotliwość drgań